Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Tornadoschalen

1 maximumscore 3

- 280 km/u komt overeen met 77,8 m/s 1
- $v = 77{,}8$ invullen in de formule geeft $F \approx 3{,}3$ 1
- Dus de intensiteit op de Fujita-schaal is 3 1

2 maximumscore 4

- De waarde van F is dan minimaal 3,5 1
- De gevraagde v kan dus gevonden worden door de vergelijking $\left(\frac{v}{6{,}3}\right)^{\frac{2}{3}} - 2 = 3{,}5$ op te lossen 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De minimale waarde van v in zo'n tornado is 81,3 1

Opmerking
Als een kandidaat de vergelijking $F = 4$ oplost, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.

3 **maximumscore 4**

- Substitutie van $v = 2{,}39 \cdot (T+4)^{\frac{3}{2}}$ in de formule voor F geeft
  $$F = \left(\frac{2{,}39 \cdot (T+4)^{\frac{3}{2}}}{6{,}3}\right)^{\frac{2}{3}} - 2$$ 1
- Dus $F = \left(\frac{2{,}39}{6{,}3}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left((T+4)^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} - 2$ 1
- Dit geeft $F = \left(\frac{2{,}39}{6{,}3}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot (T+4) - 2$ 1
- (Dit geeft het lineaire verband $F \approx 0{,}52 \cdot T + 0{,}10$ dus) $a = 0{,}52$ en $b = 0{,}10$ 1

of

- (Bijvoorbeeld) $T = 0$ invullen in de formule voor v geeft $v = 2{,}39 \cdot 4^{\frac{3}{2}} = 19{,}12$ en dit invullen in de formule voor F geeft
  $$F = \left(\frac{19{,}12}{6{,}3}\right)^{\frac{2}{3}} - 2 \approx 0{,}10$$ 1
- $T = 0$, $F = 0{,}10$ en $F = aT + b$ geeft $b = 0{,}10$ 1
- (Bijvoorbeeld) $T = 1$ invullen in de formule voor v geeft $v = 2{,}39 \cdot (4+1)^{\frac{3}{2}} \approx 26{,}72$ en dit invullen in de formule voor F geeft
  $$F = \left(\frac{26{,}72}{6{,}3}\right)^{\frac{2}{3}} - 2 \approx 0{,}62$$ 1
- $T = 1$, $F = 0{,}62$ en $F = aT + b$ met $b = 0{,}10$ geeft $a = 0{,}52$ 1

Wortel en parabool

4 maximumscore 4

- $f'(x) = \dfrac{8}{2\sqrt{8x-4}}$ (of een vergelijkbare vorm) — 2
- $g'(x) = 2x$ — 1
- Invullen van $x = 1$ in de afgeleiden geeft $f'(1) = g'(1) = 2$ (dus zijn in dit punt de hellingen van de grafieken van f en g gelijk) — 1

Opmerking
Als een kandidaat bij het differentiëren de kettingregel niet of niet correct toepast, voor deze vraag maximaal 2 scorepunten toekennen.

5 maximumscore 6

- De vergelijking $\sqrt{8x-4} = 3$ moet worden opgelost (voor $x > 0$) — 1
- Kwadrateren van beide zijden geeft $8x - 4 = 9$ — 1
- Dit geeft $x = \frac{13}{8}$ (dus de x-coördinaat van A is $\frac{13}{8}$) — 1
- De vergelijking $x^2 + 1 = 3$ moet worden opgelost (voor $x > 0$) — 1
- Dit geeft $x = \sqrt{2}$ (dus de x-coördinaat van C is $\sqrt{2}$) — 1
- De lengte van CA is $\frac{13}{8} - \sqrt{2}$ — 1

Omvliegen

6 maximumscore 4

- In deze situatie zijn de afstanden te berekenen in een rechthoekige driehoek waarvan één van de hoeken gelijk is aan $(342-270=)$ 72 (°) 1
- De afstand in westelijke richting is $315 \cdot \cos 72°$ $(\approx 97{,}3)$ (km) 1
- De afstand in noordelijke richting is $315 \cdot \sin 72°$ $(\approx 299{,}6)$ (km) 1
- Dus de vliegafstand is $(299{,}6+97{,}3-315 \approx)$ 80 (km) langer 1

7 maximumscore 5

- In deze situatie zijn de afstanden te berekenen in een driehoek waarvan één van de hoeken gelijk is aan $(342-310=)$ 32 (°) 1
- (Voor de afstand van het laatste deel van de vlucht geldt de cosinusregel:) $\text{afstand}^2 = 300^2 + 315^2 - 2 \cdot 300 \cdot 315 \cdot \cos 32°$ 1
- De afstand van het laatste deel van de vlucht is (ongeveer) 170 (km) 1
- Het gevraagde percentage is gelijk aan $\frac{(300+170)-315}{300+170} \cdot 100\%$ 1
- Het gevraagde percentage is 33 (%) 1

Derdegraadsfunctie en gebroken functie

8 maximumscore 7

- $f'(x) = -3x^2 + 4$ — 1
- (De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van f in de oorsprong is) $f'(0) = 4$ — 1
- $g'(x) = 2a(ax+1)^{-3}$ — 2
- (De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van g in de oorsprong is) $g'(0) = 2a$ — 1
- (Loodrecht snijden, dus) voor de gevraagde waarde van a geldt $2a \cdot 4 = -1$ — 1
- Dus $a = -\frac{1}{8}$ — 1

Opmerking
Als een kandidaat bij het differentiëren de kettingregel niet of niet correct toepast, voor deze vraag maximaal 5 scorepunten toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores

Olie

9 maximumscore 4

- De vergelijking $g^{11} = 2$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Dit geeft $g \approx 1{,}065$ 1
- Dus een jaarlijkse groei van (ongeveer) 6,5% 1

10 maximumscore 4

- De vergelijking $500 \cdot 1{,}034^t = 750$ moet worden opgelost 1
- Dit geeft $1{,}034^t = \frac{750}{500}$ $(= \frac{3}{2})$ 1
- Dus $t = \dfrac{\log \frac{750}{500}}{\log 1{,}034} \approx 12{,}1$ (of $t = {}^{1{,}034}\log \frac{750}{500} \approx 12{,}1$) 1
- Dus in 1993 passeerde de totale hoeveelheid verbruikte olie de grens van 750 miljard vaten 1

Opmerking
Voor het antwoord 1994 geen scorepunten in mindering brengen.

11 maximumscore 4

- De vergelijking $\dfrac{2400}{1 + 56 \cdot 0{,}95^t} = 1200$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $t \approx 78{,}5$ 1
- $(1930 + 78 = 2008)$ dus in 2008 was de geschatte voorraad voor de helft verbruikt 1

Grafiek van een logaritme

12 maximumscore 5

- De vergelijking ${}^{3}\log(4x+3)=0$ moet worden opgelost — 1
- (Voor de x-coördinaat van A geldt) $x=-\frac{1}{2}$ — 1
- (De y-coördinaat van B is) ${}^{3}\log(4\cdot 0+3)=1$ — 1
- (De richtingscoëfficiënt van l is) $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{1-0}{0--\frac{1}{2}}=2$ — 1
- (Een vergelijking van l is dus) $y=2x+1$ — 1

13 maximumscore 3

- De gevraagde helling is gelijk aan $f'(1)$ — 1
- Beschrijven hoe $f'(1)$ berekend kan worden — 1
- $f'(1)\approx 0{,}52$ — 1

Grafiek van een cosinus

14 maximumscore 5

- $a=\left(\frac{4+1}{2}=\right)\ 2\frac{1}{2}$ — 1
- (Bijvoorbeeld) $b=\ (4-2\frac{1}{2}=)\ 1\frac{1}{2}$ en $d=4$ — 2
- Het interval $[1,4]$ is een halve periode, dus de periode is 6 — 1
- $c=\frac{2\pi}{6}\ (=\frac{1}{3}\pi)$ (of ongeveer 1,05 (of nauwkeuriger)) — 1

Opmerking
Als een kandidaat werkt met een vergelijking van de vorm $y=a+b\sin(c(x-d))$*, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.*

Een halve cirkel als grafiek

15 maximumscore 5

- De vergelijking $1+\sqrt{-x^2-4x+12}=-x+4$ moet worden opgelost — 1
- Hieruit volgt $-x^2-4x+12=(-x+3)^2$ — 1
- Hieruit volgt $2x^2-2x-3=0$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking exact opgelost kan worden — 1
- (De x-coördinaat van A is) $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{7}$ en (de x-coördinaat van B is) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{7}$ (of vergelijkbare vormen) — 1

16 maximumscore 5

- De grafiek van f heeft als vergelijking $y=1+\sqrt{-x^2-4x+12}$ — 1
- Hieruit volgt $(y-1)^2=-x^2-4x+12$ — 1
- Dit is te herleiden tot $(x+2)^2+(y-1)^2=16$ — 1
- De coördinaten van het middelpunt zijn $(-2,1)$ — 1
- De straal is 4 — 1

of

- Voor de x-coördinaten van de randpunten van de grafiek geldt $-x^2-4x+12=0$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking exact opgelost kan worden — 1
- $x=-6$ of $x=2$ — 1
- (De grafiek van f is de helft van een cirkel, dus) de straal is $\frac{2--6}{2}=4$ — 1
- Het middelpunt heeft x-coördinaat $\frac{-6+2}{2}=-2$ en y-coördinaat ($f(-6)=$(of $f(2)=$)) 1 — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Cirkel en lijn

17 maximumscore 8

- De vergelijking $x^2+y^2-6x+6y=-8\frac{2}{5}$ is te herleiden tot $(x-3)^2+(y+3)^2=9\frac{3}{5}$ — 1
- De straal van de cirkel is dus $\sqrt{9\frac{3}{5}}$ ($\approx 3{,}098$ (of nauwkeuriger)) — 1
- De coördinaten van M zijn $(3,-3)$ — 1
- Een lijn loodrecht op l heeft richtingscoëfficiënt $\frac{1}{4}$ — 1
- $x=3$ en $y=-3$ invullen in $y=\frac{1}{4}x+b$ geeft $b=-3\frac{3}{4}$ (dus een vergelijking van de lijn m loodrecht op l door M is $y=\frac{1}{4}x-3\frac{3}{4}$) — 1
- $\frac{1}{4}x-3\frac{3}{4}=-4x-3\frac{3}{4}$ geeft $x=0$ en dit invullen in $y=\frac{1}{4}x-3\frac{3}{4}$ geeft $y=-3\frac{3}{4}$, dus de coördinaten van het snijpunt van l en m zijn $(0,-3\frac{3}{4})$ — 1
- De afstand tussen $M(3,-3)$ en $(0,-3\frac{3}{4})$, dus van M tot l, is $\sqrt{(0-3)^2+(-3\frac{3}{4}--3)^2}=\sqrt{9\frac{9}{16}}$ ($\approx 3{,}092$ (of nauwkeuriger)) — 1
- $9\frac{9}{16}<9\frac{3}{5}$ (of $\sqrt{9\frac{9}{16}}<\sqrt{9\frac{3}{5}}$) (of $3{,}092<3{,}098$) (dus de afstand van M tot l is inderdaad kleiner dan de straal van c) — 1

of

- De afstand van M tot l is kleiner dan de straal als l en c twee snijpunten hebben — 2
- Dit is het geval als de vergelijking $x^2+(-4x-3\frac{3}{4})^2-6x+6(-4x-3\frac{3}{4})=-8\frac{2}{5}$ twee oplossingen heeft — 1
- Uit $x^2+(-4x-3\frac{3}{4})^2-6x+6(-4x-3\frac{3}{4})=-8\frac{2}{5}$ volgt $x^2+16x^2+2\cdot 4\cdot 3\frac{3}{4}x+(3\frac{3}{4})^2-6x-24x-6\cdot 3\frac{3}{4}=-8\frac{2}{5}$ — 2
- Hieruit volgt $x^2+16x^2+30x+14\frac{1}{16}-6x-24x-22\frac{1}{2}=-8\frac{2}{5}$ — 1
- Hieruit volgt $17x^2=\frac{3}{80}$ — 1
- (Dit geeft $x=\sqrt{\frac{3}{1360}}$ of $x=-\sqrt{\frac{3}{1360}}$ dus) deze vergelijking heeft twee oplossingen (dus de afstand van M tot l is kleiner dan de straal van c) — 1